

ローンの毎月の返済額を計算する。

経済学での「割引現在価値法」が用いられています。たとえば、35か月後に返済する金額の現時点での価値を計算することです。現時点で借りたお金に利息が35か月分ついて、その総額を35か月後に返済します。ただし、返済額は、ややこしくならないように毎月一定額にします。ボーナス月の返済額を変える場合も、ボーナス月としては定額にします。以下では毎月定額返済として説明します。

nか月後の返済額  $X$  は、複利計算で  $X = \text{現在価値} \cdot (1+r)^n$

$\hat{n}$  は  $n$  乗で、( ) の中の値を  $n$  回かけます。  $r$  は月利です。たとえば年利が 1.5% なら  $r = 0.015 / 12$  です。毎月の返済額  $X$  が一定額で分かっているとすると、現在価値  $Y_n$  は  $Y_n = X / (1+r)^n$ 。1か月後から  $n$ か月後までの返済額  $X$  の合計の現在価値は  $Y_1$  から  $Y_n$  までの合計です。

借入金を  $L$  円とします。返済期間は  $n$  カ月、月利は  $r$  です。

借入金  $L$  は  $L = X / (1+r) + X / (1+r)^2 + X / (1+r)^3 + \dots + X / (1+r)^n$  となります。

右辺は、初項が  $X / (1+r)$ 、公比が  $1 / (1+r)$  の有限等比数列です。

$n$  項までの等比数列の和の公式

$$\text{等比数列の和} = \text{初項} \cdot (1 - \text{公比}^n) / (1 - \text{公比})$$

を使うと、  $L = (X / (1+r)) \cdot (1 - 1 / (1+r)^n) / (1 - 1 / (1+r)) = (X / r) \cdot (1 - 1 / (1+r)^n)$  となるので、  $X = r \cdot L / (1 - 1 / (1+r)^n)$  が毎月の返済額で円未満は切り捨てです。

ところで、 $n$ か月後の返済額  $X$  は、  $X = \text{現在価値} \cdot (1+r)^n$  でしたから、

$$\text{支払い利息} = X - \text{現在価値} = X - Y_n$$

毎月異なる金額であり、貸し手が自分である場合は、1月から12月分まで合計します。そして雑所得として確定申告し、所得税を納めることとなります。